

## 4. Akrokontrastichopunkt

*Achilles navštívil svého přítele a partnera v běhu, pana Želvu, v jeho příbytku*

*Achilles:* Hledme! Nebesa, vy máte ale fantastickou sbírku bumerangů!

*Želva:* O nic lepší, než jakou má kterýkoli jiný Želva. Pcha. Nyní prosím vstupme do salónu.

*Achilles:* Falešnou skromnost stranou, vaše sbírka je nádherná. Díky za pozvání, váš salón navštívím s opravdu velkým potěšením. (*Vstoupí do pokoje a kráčí do rohu.*) Vidím, že máte také rozsáhlou fonotéku. Co posloucháte nejraději?

*Želva:* Sebastian Bach podle mě není špatný. Ale poslední dobou se mi čím dál víc líbí jistý velmi specifický druh hudby.

*Achilles:* Tak to by mě velice zajímalo, jaký.

*Želva:* Asi jste o něm doposud neslyšel. Říkám tomu „hudba na ničení gramofonů“.

*Achilles:* Druh hudby, který nazýváte „hudba na ničení gramofonů“? Hm, to je pozoruhodná koncepce. Vidím vás v jasných barvách, jak si vykračujete s perlíkem v ruce a každý gramofon, který potkáte, rozbíjíte na padrti, přesně ve stylu mistrovské Beethovenovy heroické epejeje *Wellingtonovo vítězství*.

*Želva:* Tenhle typ hudby je trochu odlišný, je však neméně úchvatný. Co kdybych vám jej krátce popsal?

*Achilles:* Eminentně mě to zajímá. Zrovna jsem vám to chtěl navrhnout.

*Želva:* Rozhodně je s touto hudbou obeznámeno jen poměrně málo lidí. Všechno začalo tehdy, když mne poctil návštěvou můj přítel Krab – mimochodem, už jste se s ním setkal?

*Achilles:* Cítil bych se velice poctěn a potěšen, kdybyste mě s ním seznámil. Slyšel jsem o něm již mnohé, avšak dosud jsem se s ním neseťkal.

*Želva:* Hned při první vhodné příležitosti dám vás dva určitě nějak dohromady. Budete si skvěle rozumět. Co takhle náhodné setkání jednoho dne v parku...?

*Achilles:* Vaše nápady jsou vskutku znamenité! Budu se moc těšit. Ale chtěl jste mi popsat vaši podivuhodnou „hudbu na ničení gramofonů“, není-liž pravda?

*Želva:* Áno, áno, samozřejmě. No tak si představte, že ke mně jednou takhle přijde Krab na návštěvu. Musíte si uvědomit, že je naprostý blázen do různých pitoreskních serepetiček, a zrovna v té době jej ze všech možných i nemožných nesmyslů nejvíce uchvacovaly gramofony. Právě si koupil svůj první, a protože je trochu prostší, uvěřil na slovo všemu, co mu o tom krámu prodavač navykládal. Zejména tomu, že přístroj je schopen reprodukovat jakýkoli zvuk. Krátce řečeno byl přesvědčen, že získal Dokonalý Gramofon. Říkal mu Gramofon I.

*Achilles:* Líčíte to způsobem, z něhož jsem vyrozuměl, že jste nejspíše zastával jiný názor. Co znamená to íčko?

#### 4. AKROKONTRASTICHOPUNKT

*Želva:* Íčko tam žádné není, to je římská jednička. Byl to jeho první přístroj svého druhu. Já jsem samozřejmě zastával opačný názor, ale on mě vůbec nebral na vědomí. Paličatě trval na tom, že jeho nová hračka dokáže reprodukovat absolutně jakýkoli zvuk. Nepodařilo se mi přesvědčit ho o opaku, a tak jsem mu to prostě přestal vymlouvat. Ale krátce nato jsem mu oplatil návštěvu a přinesl jsem s sebou desku s nahrávkou písně, kterou jsem sám složil. Nazval jsem ji „Skladba, kterou nelze přehrát na Gramofonu I“.

*Achilles:* Ach, to je ale podivný název. Pustil jste ji Krabovi?

*Želva:* Kvůli tomu jsem ji napsal. Navrhl jsem mu, že si ji společně poslechneme na jeho novém gramofonu, a on mi velice ochotně vyhověl a skladbu pustil. Jenomže po několika tónech se přístroj zoufale rozvibroval a nakonec se s ohlušujícím třeskotem rozletěl na nepřeberné množství malých kousíčků, rozmetaných po celém pokoji. Nutno přiznat, že i deska byla rovněž zcela zničena.

*Achilles:* Rány boží! To musela být pro našeho nebohého kolegu strašná rána. Co tomu gramofonu bylo?

*Želva:* O gramofonu lze s určitostí říci, že byl úplně v pořádku. Prostě jenom nedokázal přehrát desku, kterou jsem přinesl, protože na ní byly nahrány zvuky, které způsobily vibrace a posléze zničení přístroje.

*Achilles:* Krab ale žil v domnění, že vlastní Dokonalý Gramofon, ne? Prodavač mu to přece také tvrdil. To je opravdu zvláštní.

*Želva:* O tom, co vykládají trhovci, si snad my dva, milý Achille, nemusíme nic namlouvat. Nebo jste také tak naivní jako Krab?

*Achilles:* No to tedy ani náhodou, Krab je daleko, daleko naivnější než já! Moc dobře vím, jací jsou prodavači filutové. Nejsm včerejší!

*Želva:* Takže si celkem snadno umíte představit, že v tomto konkrétním případě trhovce Krabovi jeho mašinku trochu přechválil. Možná ten Gramofon prostě nebyl zas až tak Dokonalý, a na některé typy zvuků prostě nestačil.

*Achilles:* Rozhodně by se to tím dalo vysvětlit. Ale nejde mi do hlavy ta neuvěřitelná náhoda, že se takové zvuky vyskytly zrovna na vaší desce.

*Želva:* Ale ty jsem tam přece nahrál schválně. Víte, než jsem Kraba navštívil, zavítal jsem do toho obchodu, v němž on předtím ten krám koupil, a trochu jsem se na něj poptal. Jakmile jsem si to takhle ošetřil, napsal jsem výrobci žádost o přesný popis výrobku. Když mi ho obratem zaslali, důkladně jsem prostudoval celou konstrukci gramofonu a našel jsem určitý soubor zvuků, které, pokud by zazněly někde v blízkosti přístroje, by jej uvedly v nezadržitelný třes a posléze by způsobily jeho rozpad na kousky.

*Achilles:* Safra, vy jste mi tedy pěkný gauner převlečený za kamaráda! Už mi dochází, že jste tam ty pekelné zvuky nahrál schválně a ještě jste mu zbaběle tenhle váš podlý výrobek donesl jako dárek!

*Želva:* Teď jste mi ukradl pointu, vy mazaný ďáble! Jenomže tím to neskončilo, ani náhodou, protože Krab prostě nemohl uvěřit tomu, že by jeho dokonalý

výrobek mohl trpět nějakým nedostatkem. Byl neuvěřitelně umíněný. Šel si koupit další gramofon, ještě o něco dražší, než byl ten první. Tentokrát mu dokonce prodavač slíbil, že mu vrátí dvojnásobný obnos, jestliže Krab objeví jakýkoli zvuk, který by přístroj nedokázal přesně reprodukovat. Krab mi pak o novém modelu vyprávěl a já jsem mu slíbil, že se na něj přijdu podívat.

*Achilles:* I učinil jste přesně, jak jste řekl. Vsadím se, že uhodnu, co se dělo dál. Než jste k němu zašel, napsal jste znovu výrobci, a potom jste na základě analýzy konstrukce nového modelu složil „Skladbu, kterou nelze přehrát na gramofonu číslo 2“. Nemám pravdu?

*Želva:* Chválím vaše geniální dedukce, milý Watsone. Správně jste pochopil, oč tady jde.

*Achilles:* Historie se opakovala, že?

*Želva:* Ovšem. Dělo se přesně totéž, co poprvé. Přístroj se rozletěl na tisíce malých kousíčků a deska byla zničena.

*Achilles:* Pak ale snad už i Krab musel uznat, že nic takového jako Dokonalý Gramofon prostě neexistuje.

*Želva:* Uznávám vaše vývoody, nicméně vám s lítostí musím oznámit, že – jakkoli je to s podivem – nikoli. Byl přesvědčen, že příští model všechny konstrukční vady překoná. A protože teď měl ten dvojnásobek peněz...

*Achilles:* No jasně. Ovšem, pozor, teď mě něco napadlo! Vždyť on vás mohl úplně v pohodě převzít! Stačilo, aby si koupil nějaký hodně *mizerný* přístroj, který by vaši desku se sebezničujícími zvuky vůbec nedokázal věrně přehrát, a tím by vám pěkně vytřel zrak.

*Želva:* K tomu by se asi mohl v zoufalství uchýlit, jenže tím by zmařil původní účel, totiž získat gramofon, který by dokázal přehrát absolutně jakýkoli zvuk včetně těch sebezničujících. Což je pochopitelně zcela nemožné.

*Achilles:* Teď je mi to dilema úplně jasné. Poskytuje-li nějaký přístroj, řekněme Gramofon X, dostatečně věrnou reprodukci, pak jakmile na něm přehrajeme „Skladbu, kterou nelze přehrát na Gramofonu X“, dojde k vibracím a k jeho zničení. Tento Gramofon tudíž není Dokonalý. Jediná možnost, jak zničení zabránit, je zařídit, aby přístroj nebyl k přehrávání této skladby dostatečně kvalitní. Tím ale opět, a to ještě přímočaareji, dokážeme, že Dokonalý není. V obou případech padneme do jedné ze dvou číhajících pastí. Nezbývá než učinit závěr, že každý gramofon je vadný.

*Želva:* Elegantní konstrukce. Nechápu ale, proč používáte výraz „vadný“. Žádný gramofon přece nemůže provádět úplně cokoli, co vám zrovna přijde na mysl, to snad pochopí i malé dítě. Jestli je tu někde skutečně nějaká závada, pak není v gramofonu, nýbrž ve vašich přehnaných očekáváních. A takových měl i Krab spousty.

*Achilles:* Mrzutá situace! Zaplavila mne vlna soucitu s chudákem Krabem. Ať si koupí kvalitní nebo nekvalitní přístroj, nemá šanci zvítězit.

#### 4. AKROKONTRASTICHOPUNKT

*Želva:* Bohužel. Naše malá hra pokračovala ve stejném duchu několika dalšími koly, načež se náš přítel odhodlal k lišáckému úskoku. Porozuměl principu, na jehož základě jsem komponoval své skladby, a pokusil se mne přechytračit. Poslal do továrny popis přístroje, který sám navrhl, a oni mu jej obratem vyrobili. Nazval jej „Gramofon Omega“. Byl mnohem rafinovanější než jakýkoli obyčejný stroj.

*Achilles:* A to se podívejme! V čem ta inovace spočívala? Počkejte, zkusím hádat. Neměl žádné pohyblivé části. Byl celý z bavlny. Nebo...

*Želva:* Raději vám to prozradím, ušetří nám to čas. Tak za prvé, Gramofon Omega měl zabudovanou televizní kameru, jejímž úkolem bylo důkladně proskenovat každou desku předtím, než ji přístroj začal přehrávat. Kamera poslala získaná data do malého vestavěného počítače, který vyhodnotil povahu všech zvuků na desce podle tvaru drážek.

*Achilles:* Omega se, koukám, měl k světu. Docela mě zajímá, jak potom s těmito informacemi naložil.

*Želva:* Když bylo skenování dokončeno, přišel ke slovu jeden opravdu velmi chytrý program. Ten přesně vyhodnotil, jaký vliv budou zvuky na desce mít na gramofon. Jestliže zjistil, že by mohly způsobit jeho rozbití, tak provedl jeden výborně promyšlený úhybný manévr. Ten starý lišák Omega měl totiž v sobě zabudované zařízení, které dokázalo jeho přehrávací jednotku rozebrat na částičky a sestavit ji znovu, úplně jiným způsobem. Tím se jeho celková struktura změnila k nepoznání. Byly-li zvuky „nebezpečné“, pak přístroj našel jinou, úplně novou konfiguraci, pro kterou už žádnou hrozbu nepředstavovaly. Do této konfigurace byla pak přehrávací jednotka přístroje neprodleně přetvořena pod dohledem vestavěného počítače. A teprve po této přestavbě se přístroj pustil do přehrávání desky.

*Achilles:* No vida! To muselo učinit přítrž vašim darebným úskokům. Předpokládám, že jste byl trochu zklamán. Omega na vás prostě vyžrála, to mám radost. Navíc je Omega velmi krásný název, připomíná mi mou rodnou řečtinu. Ale zároveň mi připomíná něco maďarského. Umíte vy vůbec maďarsky?

*Želva:* Ígen. Ale jinak se bohužel opět pletete. Jak jste jen přišel na to, že by na mne Omega mohla vyžrát? Vy asi neznáte Gödelovy věty o neúplnosti zpředu i pozpátku, vidíte?

*Achilles:* Hanba na moji hlavu. Čí věty že bych měl znát zpředu i pozpátku? Nic, co by mi to byť jen vzdáleně připomínalo, jsem v životě neslyšel. Určitě jde o fascinující záležitost, ale stejně bych si raději poslechl, jak dopadl váš postrach gramofonů. Zatím to vypadá jako velmi zábavná historka. Vlastně už je mi docela jasné, jak to dopadlo. Neměl jste žádný rozumný důvod k protahování prohrané partie, a tak jste zkroušeně přiznal porážku, a tím to skončilo. Nebo ne?

*Želva:* Obávám se, že se zase mýlíte. Cože! To už je půlnoc? Moc mě to mrzí, ale

budu muset zalézt do postele. Ani nevíte, jak rád bych si s vámi povídal dál, ale už se mi opravdu strašně moc chce spát.

*Achilles:* Soucítím s vámi, mně už se také klíží oči. Tak já vyrazím. (*Na cestě ke dveřím se náhle zarazí a otočí.*) Ach, promiňte, málem jsem zapomněl, že jsem vám přinesl malý dárek. Tumáte. (*Podává Želvovi malý, úhledně zabalený předmět.*)

*Želva:* Kouzelný balíček! To jste si ale neměl dělat škodu! Tak tedy moc děkuji. Já jej hned rozbalím, ano? (*Dychtivě roztrhne obal a opatrně z něj vyloví skleněnou číši.*) No ne, to je ale nádherný křišťálový goblet, ta číše, to je přímo Grál! Vy jste věděl, že mě ze všech možných i nemožných nesmyslů nejvíce uchvacují sklenice a poháry?

*Achilles:* Lámal jsem si hlavu otázkou, co by vás mohlo potěšit, ale toto jsem netušil ani omylem. To je velmi příznivá náhoda!

*Želva:* Až neuvěřitelná. Umíte držet jazyk za zuby? Prozradím vám jedno své tajemství. Již dlouho se snažím získat Dokonalou číši, tedy takovou, která by neměla vůbec žádný kaz na tvaru ani na kráse. To by bylo něco, kdyby tento goblet, označme ho Goblet G, byl zrovna on! Povězte mi, kde jste ten Goblet G sehnal?

*Achilles:* Dokonalou číši bych vám ze srdce přál. Nemohu vám však bohužel prozradit, kde jsem tento předmět získal, neboť to je zase MOJE malé tajemství. Ale možná by vás mohlo zajímat, kdo jej vyrobil.

*Želva:* Ano, ano, prosím pěkně, povězte mi to.

*Achilles:* Tak dobře tedy. O známém skláři Johannu Sebastianu Bachovi jste nikdy neslyšel? Proslavil se, pravda, hlavně v jiném oboru, jeho koníčkem však bylo fušovat do sklářského umění, ačkoli o tom živá duše nemá ani ponětí. A tento goblet je jeho posledním sklářským výrobkem.

*Želva:* Existuje skutečně goblet z Bachovy dílny? A opravdu je to přímo on? Můj ty Bože! Jestli ho opravdu vyfoukl Bach, tak je jeho hodnota nezměřitelná. Ale jak to, že jste si tak stoprocentně jist, že to byl právě on?

*Achilles:* Laskavě se podívejte dovnitř. Vidíte? Jsou tam vyleptána písmena B, A, C, H.

*Želva:* Elegance sama! To je tedy vskutku mimořádná záležitost! (*Opatrně staví Goblet G na poličku.*) Mimochodem, je vám známo, že každé ze čtyř písmen v Bachově jméně označuje hudební notu?

*Achilles:* Jak by to bylo možné! Vždyť hudební noty jsou označeny pouze písmeny od A do G, ne?

*Želva:* ...hmm..., v mnoha zemích tomu tak je. Ale v Německu, v Bachově rodné zemi, nikoli. Tam označují písmenem „H“ notu, kterou my značíme „B“, a notu, kterou my označujeme jako „snížené B“, neboli „B<sup>b</sup>“, oni nazývají „B“. Ostatní značky jsou stejné. U nás doma například mluvíme o „Mass in B minor“, ale v Německu se stejná skladba nazývá „H-Moll Messe“ a v jazyce, ve kterém právě hovoříme, se říká „Mše h moll“. Je vám to jasné?

#### 4. AKROKONTRASTICHOPUNKT

*Achilles:* Snad ano, ale pořád v tom mám trochu zmatek. H je B, a B<sup>b</sup> je snížené B.

Dobře, pak tedy ovšem lze jeho jméno zahrát a vznikne určitá melodie, že?

*Želva:* ...melodie..., no vlastně ano, ale dost neobvyklá. On sám ji dokonce nenápadně vepsal do jednoho ze svých nejpropracovanějších děl, do posledního kontrapunktu ve slavné fuze. Byla to poslední fuga, kterou kdy napsal. Když jsem ji slyšel poprvé, neměl jsem ani potuchy, jak asi skončí. Najednou, bez varování, hudba naráz ustala. A pak... mrtvé ticho. Ihned jsem pochopil, že toto místo označuje okamžik, kdy Bach zemřel. Je to nepopsatelně smutný zážitek a doslova mne to zdrtilo. V každém případě je posloupnost tónů B-A-C-H posledním motivem té skladby. Bach sám ji nijak explicitně nezvýraznil, ale když o ní víte, tak ji snadno objevíte. Existuje spousta velice chytrých způsobů, jak něco ukrýt do hudební skladby.

*Achilles:* Báseň se k tomuto účelu hodí ještě mnohem lépe. Básníci přece dělali totéž (i když to už dnes není zas až tolik v módě). Například Lewis Carroll velmi často uschovával různá jména do prvních písmen po sobě jdoucích řádků svých básní. Básně, které takto skrývají nějaké vzkazy, se nazývají „akrostichy“.

*Želva:* Akrostichy se objevují i v Bachově díle, což mne nijak zvlášť nepřekvapuje. Koneckonců kontrapunkt a akrostich mají díky svému skrývání jinotajů mnoho společného. Většina akrostichů si vystačí s jednou úrovní skrytého textu, ale pokud se někdo cítí na double-decker, nikdo mu nebrání v jeho vytvoření. Představte si, že by někdo vetkl akrostich do jiného akrostichu. Nebo že by někdo stvořil akrokontrastich, v němž by se vzkaz ukrýl do prvních písmen řádků, ale čtených odzadu! Nebesíčka! Tady se nám otevírá přímo nekonečné rejdiště! Navíc to ani zdaleka není vyhrazeno pouze básníkům! Každý může napsat akrokontrastich, klidně i dialogik.

*Achilles:* Co prosím? Diakdo? Diaplegik? To je pro mne nějaká nová kategorie.

*Želva:* Hrozná představa. Neříkal jsem „diaplegik“, nýbrž „dialogik“, tedy autor dialogů. Něco mě napadlo. Není to sice moc pravděpodobné, ale co kdyby třeba nějaký dialogik napsal kontrapunktální akrostich na počest Johanna Sebastiana Bacha? Takovému útvaru bychom mohli říkat kupříkladu akrokontrastichopunkt. Co myslíte, měl by do něj ukrýt ve formě akronymu SVOJE VLASTNÍ jméno nebo jméno Bachovo? Ale co, k čemu ztrácet čas pošetilými úvahami. Kdyby se nakrásně někdo opravdu do něčeho takového pustil, tak nechť si to rozhodne sám. Vraťme se však k Bachovu melodickému příjmení. Víte, že když zahrajete melodii B-A-C-H pozpátku a vzhůru nohama, tak to zní stejně jako původní melodie?

*Achilles:* Asi vám nerozumím. Jak to myslíte, vzhůru nohama? Pozpátku, to chápu, zahrají prostě H-C-A-B a je to. Ale vzhůru nohama? Vy si ze mě děláte šoufky!

*Želva:* ...šoufky... ale no tak, nebuďte takový skeptik! Já vám to snad raději předvedu. Počkejte chvílku, skočím si vedle pro housle (*odchází do vedlejšího pokoje a obratem se vrací se starými houslemi v ruce*) – a zahrají vám to pěkně

#### 4. AKROKONTRASTICHOPUNKT

The image displays three systems of musical notation for the final page of J.S. Bach's 'The Art of Fugue'. Each system consists of four staves: two treble clefs (top two) and two bass clefs (bottom two). The first system starts at measure 226. The second system starts at measure 230. The third system starts at measure 235. In the third system, a rectangular box highlights a specific passage in the second bass staff, containing the text '(1685-1750)'. The notation includes various rhythmic values, accidentals, and phrasing slurs.

**Obr. 19** Poslední stránka Bachova *Umění fugy*. V původním rukopisu je rukou Bachova syna Carla Philippa Emanuela připsáno: „Upozornění: Při psaní této fugy, v místě, kde motiv B-A-C-H nastupuje jako kontrasubjekt, skladatel zemřel. [Viz B-A-C-H v rámečku.] Ponechal jsem poslední stranu Bachovy poslední fugy jako jeho epítaf.“ [Vytištěno programem SMUT Donalda Byrda.]

#### **4. AKROKONTRASTICHOPUNKT**

zpředu i pozpátku a jakýmkoli dalším způsobem si budete přát. Tak, poslyšte...  
(Položí výtisk *Umění fugy na stojan na noty a otevře jej na poslední stránce.*) ...tady je ten poslední *kontrapunkt*, a tu máme ten závěrečný motiv...

*Želva začíná hrát, zahraje B-A-C – jenomže jakmile začne hrát závěrečné H, náhle zčistajasna přeruší jeho vystoupení ohlušující třesk. On i Achilles se hbitě otočí, právě včas, aby zahlédli myriády úlomků skla dopadajících s cinkotem na podlahu z poličky, na které ještě před malou chvilkou stál Goblet G. A pak... mrtvě ticho.*



# BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

## IMPLICITNÍ A EXPLICITNÍ VÝZNAM

V kapitole 2 jsme si ukázali, že význam vzniká tehdy – přinejmenším v relativně jednoduchém rámci formálních systémů – když se mezi symboly podrobenými jistým pravidlům a věcmi reálného světa objeví izomorfismus. Obecně platí, že čím je izomorfismus složitější, tím více „nástrojů“ – hardwarových i softwarových – je k dobytí významů ze symbolů zapotřebí. Jestliže je určitý izomorfismus opravdu jednoduchý (nebo všeobecně známý), jsme v pokušení říci, že význam, který nám izomorfismus umožňuje vidět, je explicitní. Vidíme význam, avšak izomorfismus nevnímáme. Nejkřiklavější příklad máme v přirozeném jazyce, kdy lidé mnohdy připisují významy slovům samým, aniž si jsou jakkoli vědomi vysoce složitého „izomorfismu“, který slova obdařuje významy. Velmi snadno se dopouštíme omylu a připisujeme *veškerý* význam objektu (slovu), nikoli vztahu mezi objektem a skutečným světem. Můžeme to přirovnat k naivní víře, že nutným vedlejším produktem každé srážky dvou předmětů je rána. Je to falešná víra; pokud se dva předměty srazí ve vakuu, žádný zvuk nevznikne. Tento omyl je opět projevem toho, že připisujeme zvuk výlučně *srážce* a pomíjíme úlohu *média*, které jej přenáší od srážejících se věcí k uším.

Slovo „izomorfismus“ v předchozím odstavci je v uvozovkách kvůli upozornění, že k němu musíme přistupovat s určitou rezervou. Symbolické procesy, které leží v základech lidského jazyka, jsou o tolik složitější než symbolické procesy v obvyklých formálních systémech, že pokud chceme nadále uvažovat o významu jakožto o něčem, co je zprostředkováno izomorfismem, budeme muset přijmout daleko pružnější koncepci izomorfismu, než s jakou jsme pracovali doposud. Rozpletení povahy „izomorfismu“, který tvoří podklad významu, může být podle mého názoru dokonce klíčovým prvkem při hledání odpovědi na otázku „Co je to vědomí?“.

## EXPLICITNÍ VÝZNAM AKROKONTRASTICHOPUNKTU

Tyto úvahy jsou jen východiskem k rozpravě o dialogu *Akrokontrastichopunkt*, z níž se vyvine studie o úrovních významu. Dialog sám má explicitní i implicitní významy. V tom nejexplicitnějším významu je to jen příběh, který jsme zde odvyprávěli. Tento „explicitní“ význam je přísně vzato krajně *implicitní* v tom smyslu, že mozkové

#### 4. BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

procesy, které potřebujeme k pochopení událostí příběhu jen na základě černých značek na papíře, jsou neuvěřitelně složité. My nicméně budeme považovat události příběhu za explicitní význam dialogu a předpokládat, že každý jeho čtenář použije k extrahování významů z černých značek víceméně týž „izomorfismus“.

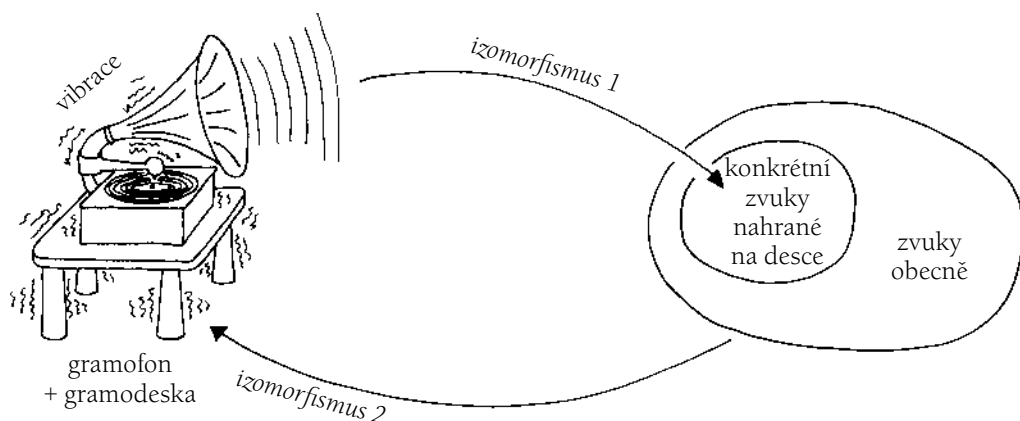
I tak se ale hodí být v otázce explicitního smyslu příběhu ještě o něco explicitnější. Nejprve se podíváme na gramofony a gramofonové nahrávky. To hlavní je, že drážky na gramodeskách mají dvě úrovně významu. Na „úrovni jedna“ je hudba. Co je ale „hudba“ – sled vibrační vzduchu, nebo posloupnost emočních reakcí v mozku? Je obojí. Než může dojít k emočním reakcím, musí tu být nejprve vibrace. Ty vytahuje z drážek desky gramofon, vcelku jednoduché zařízení – dokonce by stačilo projíždět drážku obyčejným špendlíkem. Ucho pak přeměňuje vzniklé vibrace na podněty pro sluchové nervy v mozku. Následuje řada fází, které se odehrávají v mozku a postupně transformují lineární sled vibrací do složitých emočních reakcí, které na sebe vzájemně působí – ty jsou ale pro naše potřeby až příliš složité, jakkoli lákavé by bylo pustit se do jejich rozboru. Spokojme se tedy s tím, že budeme chápat zvukové vlny ve vzduchu jako význam drážek na „úrovni jedna“.

Jaký mají drážky význam na „úrovni dva“? Je jim posloupnost vibrací, které zvukové vlny zpětně vyvolají v gramofonu. Tento význam může vzniknout až poté, co byl z drážek získán význam „úrovně jedna“, jelikož teprve vibrace v ovzduší vedou k vibracím v gramofonu. Význam „úrovně dva“ tedy závisí na sérii dvou izomorfismů:

- 1) izomorfismu mezi libovolnými strukturami drážek a vibracemi vzduchu;
- 2) izomorfismu mezi libovolnými vibracemi vzduchu a vibracemi gramofonu.

Popsanou sérii izomorfismů najdeme na obrázku 20. Všimněme si na něm, že izomorfismus 1 je tím, z čeho vzniká význam „úrovně jedna“. Význam „úrovně dva“ je implicitnější než význam „úrovně jedna“, protože je zprostředkován sledem dvou izomorfismů. A právě význam „úrovně dva“ se obrací proti gramofonu a vede k jeho zničení. Zajímavé je, že vytvoření významu „úrovně jedna“ nutí současně ke tvorbě významu „úrovně dva“ – neexistuje možnost, že by se první úroveň objevila bez druhé. Tím, co se obrátilo proti přehrávači a vedlo k tomu, že se rozlétl na kousky, byl tedy implicitní význam gramodesky.

Podobné poznámky se vztahují i k Bachově gobletu – číši s vyleptanými písmeny B, A, C, H. Jedním rozdílem je, že přiřazování mezi písmeny abecedy a notami je další úroveň izomorfismu, kterou si nazveme „transkripce“. Po ní následuje „translace“ – převod hudebních not do hudebních zvuků. Vzniklé vibrace pak působí zpět na číši stejným způsobem, jakým působily na stále vylepšovanou řadu gramofonů.



**Obr. 20** Vizualní předvedení principu spočívajícího v základech Gödelovy věty: dvou vzájemných přiřazení s nečekaným bumerangovým efektem. První vede od struktury drážek ke zvukům vycházejícím z gramofonu. Druhý – sice známý, ale obvykle ignorovaný – vede od zvuků k vibračním gramofonu. Všimněme si, že *druhé přiřazení existuje nezávisle na prvním, protože takoveto vibrace způsobí jakýkoli zvuk v blízkosti přístroje, nikoli jen ten, který vychází právě z něj.* Tato parafráze Gödelovy věty říká, že pro každý přehrávač existují nahrávky, které na něm nelze přehrát, protože způsobí jeho nepřímou autodestrukci. [Autorova kresba.]

### IMPLICITNÍ VÝZNAMY AKROKONTRASTICHOPUNKTU

Jak je to s implicitními významy dialogu *Akrokontrastichopunkt*? (Ano, má jich více než jeden.) V předešlých odstavcích jsme už mluvili o nejjednodušším z nich – konkrétně o tom, že obě poloviny dialogu jsou vzájemně zhruba izomorfní: z gramofonu se stanou housle, z Želvy je najednou Achilles, Krab se přemění v Želvu, drážky gramofonu ve vyrytý autogram atd. Jakmile si tohoto jednoduchého izomorfismu všimneme, můžeme postoupit dál. Zpozorujeme, že Želva je v první půlce strůjcem všech úskoků, kdežto ve druhé je jejich obětí. Co byste řekli – jeho vlastní metoda se otočila proti němu! Připomíná nám to, jak se gramofon nebo nápis na číši obrátil sám proti sobě či snad jak se Želvovi vymstila jeho sbírka bumerangů? No samozřejmě. Je to příběh o tom, jak se věci obracejí proti nim samým na dvou úrovních:

Úroveň jedna: Proti sobě samým se obracejí číše a gramodesky.

Úroveň dva: Želvova ďábelská metoda – využívat implicitního významu k tomu, aby se věci obracely proti sobě – se obrátí proti němu samému.

Můžeme tedy dokonce najít izomorfismus mezi oběma úrovněmi příběhu, když dáme rovnítko mezi to, jak se desky a číše vrátí jako bumerang zpět a zničí samy sebe, a to, jak se Želvova vlastní prohnaná metoda otočí a vrátí zpět, aby ho

#### 4. BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

nakonec dostala. Z tohoto pohledu je i sám příběh příkladem svého vlastního tématu, tedy myšlenky, že se věci obracejí samy proti sobě. Můžeme proto pojímat *Akrokontrastichopunkt* jako dialog, který nepřímou odkazuje sám na sebe tím, že jeho vlastní struktura je izomorfní s událostmi, o nichž vypráví. (Stejně jako číse a desky odkazují implicitně samy na sebe prostřednictvím vzájemných zpětně působících izomorfismů přehrávání a vyvolávání vibrací.) Samozřejmě, že můžeme dialog číst, aniž bychom tuto skutečnost vnímali – ta v něm ale je celou dobu obsažena.

#### PŘÍRAZENÍ MEZI AKROKONTRASTICHOPUNKTEM A GÖDELOVOU VĚTOU

Možná už teď z toho máte trochu závrať – to nejlepší ale teprve přijde. (A to se tady o některých úrovních významu ani mluvit nebude – můžete se po nich ale pít sami.) Tím nejzákladnějším důvodem pro sepsání předcházejícího dialogu byl záměr ilustrovat Gödelovu větu, která se, jak jsem podotkl v Úvodu, z velké části opírá o dvě různé úrovně významu jednotlivých výroků teorie čísel. Každá ze dvou úrovní *Akrokontrastichopunktu* je „izomorfní kopií“ Gödelovy věty. Protože přiřazení mezi nimi je ústřední myšlenkou dialogu, která je docela komplikovaná, zobrazili jsme ji zde schematickým způsobem:

gramofon	↔	axiomatický systém teorie čísel
mizerný gramofon	↔	„slabý“ axiomatický systém
hi-fi gramofon	↔	„silný“ axiomatický systém
„dokonalý“ gramofon	↔	úplný systém teorie čísel
„plán“ gramofonu	↔	axiomy a pravidla formálního systému
deska	↔	řetězec formálního systému
přehratelná deska	↔	teorém axiomatického systému
nepřehratelná deska	↔	ne-teorém axiomatického systému
zvuk	↔	pravdivý výrok teorie čísel
reprodukovatelný zvuk	↔	interpretovaný teorém systému
nereprodukovatelný zvuk	↔	pravdivé tvrzení, které není teorémem
název písně:	↔	implicitní význam Gödelova řetězce:
„Nelze mne přehrát na gramofonu X“		„Nelze mne odvodit ve formálním systému X“

Není to sice úplný seznam izomorfismů mezi Gödelovou větou a dialogem *Akrokontrastichopunkt*, je to nicméně jeho jádro. Ten, kdo plně nepochopí Gödelovu větu teď, nemusí mít žádné obavy – před námi je ještě několik kapitol, než se dostaneme přímo k ní. Po přečtení dialogu už byste ale měli mít zažitě některé její charakteristiky, i když o tom ani nevíte. Nyní vás nechám, abyste v *Akrokontrastichopunktu* hledali jiné typy implicitních významů. „Quaerendo invenietis!“ – „Hledajíce, naleznete!“

### UMĚNÍ FUGY

Věnujme nyní několik slov *Umění fugy*. Bach ji složil v posledním roce svého života jako soubor 18 fug založených na jediném hudebním tématu. Jeho inspirací bylo očividně komponování *Hudební obětiny*. Po ní se rozhodl složit další sérii fug na mnohem jednodušší téma, aby předvedl celý rozsah možností, které lze z této formy získat. Bach v *Umění fugy* rozpracovává velmi jednoduché téma nejsložitějšími možnými způsoby. Celé dílo je napsáno v jediné stupnici. Většina fug má čtyři hlasy, které postupně nabývají na složitosti a hloubce výrazu. Ke konci pak stoupají do takových výšin spletitosti, až v posluchači vznikají pochyby, zda je skladatel vůbec ještě dokáže kontrolovat. Dokáže... dokud nepřijde poslední *Contrapunctus*.

Okolnosti, které způsobily předčasný konec *Umění fugy* (tedy konec Bachova života), jsou následující: Bach měl léta potíže se zrakem a přál si operaci. Té se sice dočkal, dopadla však špatně a skladatel na větší část posledního roku svého života přišel o zrak. To mu ale nezabránilo v energické práci na monumentálním díle. Jeho cílem bylo vybudovat úplný přehled možností kontrapunktu a skládání fugy, a využití celé řady témat bylo jedním z důležitých aspektů jeho záměru. Do skladby, kterou plánoval jako předposlední fugu, vložil jako třetí téma své vlastní jméno zašifrované do not. Ihned poté se však jeho zdraví natolik zhoršilo, že práci na svém vrcholném díle byl nucen opustit. I v nemoci se mu ale podařilo nadiktovat svému zeti předeheru k závěrečnému chorálu, o níž Bachův životopisec Forkel napsal: „Jeho vyjádření zbožné rezignace a podřízení se osudu na mě hluboce působí vždy, když skladbu hraji; těžko proto dokážu říci, co bych postrádal raději – zda tento chorál, nebo konec jeho poslední fugy.“

Jednoho dne se Bachovi najednou vrátil zrak. O několik hodin později jej však zasáhla mrtvice; za deset dní zemřel a spekulace o neúplnosti *Umění fugy* nechal na ostatních. Mohl to snad být důsledek Bachovy schopnosti autoreference?

### PROBLÉMY VYVOLANÉ GÖDELOVÝM ZJIŠTĚNÍM

Želva tvrdí, že žádný, byť jakkoli skvělý gramofon nemůže být dokonalý v tom smyslu, aby dokázal z desky reprodukovat jakýkoli možný zvuk. Gödel říká, že žádný, byť jakkoli skvělý formální systém nemůže být dokonalý v tom smyslu, aby dokázal reprodukovat každý pravdivý výrok jako teorém. Jak ale Želva s ohledem na gramofony upozornil, tato neschopnost vypadá jako vada jen v případě, že chováme nerealistická očekávání ohledně toho, čeho by měly být formální systémy schopny. Matematici ovšem na počátku 20. století vycházeli právě z takovýchto nerealistických očekávání, když si mysleli, že úplná axiomatizace usuzování bude lékem na všechny problémy. V roce 1931 zjistili, že to není pravda. Fakt, že odvoditelnost (tj. schopnost ukázat, že výrok je teorémem systému) je slabší pojem než pravdivost, se nazývá „neúplnost“ systému.

Na Gödelově metodě důkazu nejvíce zaráží to, že používá odvozovací metody, které zdánlivě nelze „uchopit“ – odolávají pokusům zahrnout je do jakéhokoli

## 4. BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

formálního systému. Na první pohled to tedy vypadá, jako by Gödel odkryl do té doby neznámý, avšak hluboce významný rozdíl mezi lidským a mechanickým usuzováním. Tato záhadná diskrepance mezi schopnostmi živých a neživých systémů se odráží v nesouladu mezi pojmy „pravdivost“ a „odvoditelnost“... přinejmenším tak nějak vypadá „romantický“ pohled na celou situaci.

### MODIFIKOVANÝ pr-SYSTÉM A SPORNOST

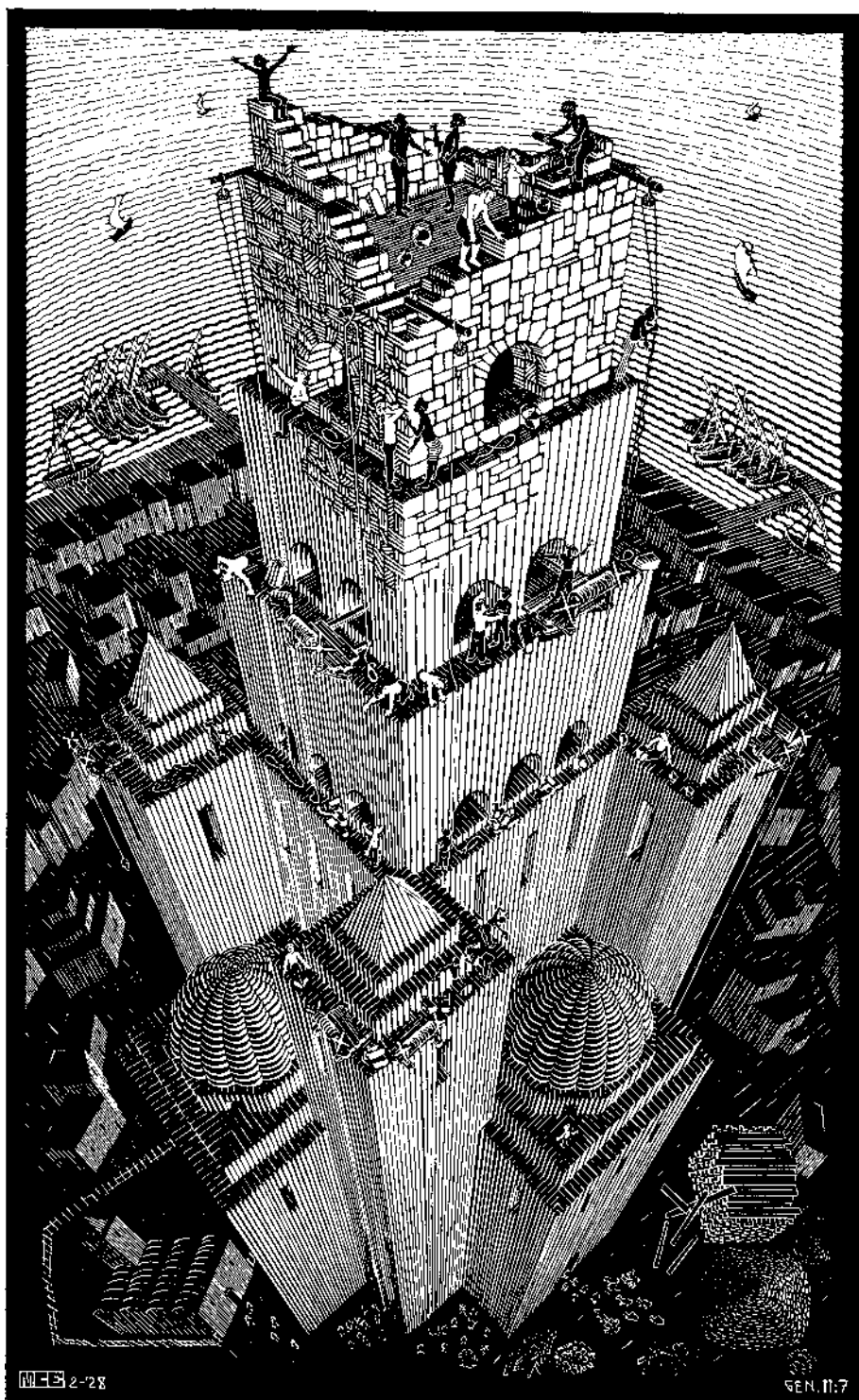
Chceme-li pohlížet na celou věc realističtějším pohledem, musíme se důkladněji podívat, proč a jak izomorfismy ve formálních systémech zprostředkovávají význam. Jsem přitom přesvědčen, že nás to dovede k ještě romantičtějšimu pohledu. Postoupíme tedy k průzkumu některých dalších aspektů vztahu mezi významem a formou. Prvním krokem bude vytvoření nového formálního systému tím způsobem, že v našem starém známém pr-systému uděláme jen velmi drobnou modifikaci. Přidáme další schéma axiomů (a původní schéma i odvozovací pravidlo přitom zachováme):

SCHÉMA AXIOMŮ II: Jestliže  $x$  je řetězec pomlček, pak  $xp - rx$  je axiom.

Mezi teoremy nového systému nyní patří například  $--p-r--$  stejně jako  $--p--r--$ , které se interpretují jako „2 plus 1 rovná se 2“ a „2 plus 2 rovná se 3“. Vidíme, že náš nový systém obsahuje řadu nepravdivých výroků (budeme-li považovat řetězce za výroky). Náš systém je tedy *sporný* čili *nekonzistentní s vnějším světem*.

A jako by toho nebylo dost, máme s naším novým systémem ještě *vnitřní* problémy, jelikož obsahuje výroky, které spolu vzájemně nesouhlasí, jako například  $-p-r--$  (axiom v nemodifikovaném systému) a  $-p-r-$  (nový axiom). Náš systém je tedy sporný i v druhém smyslu: vnitřně.

Neudělali bychom tedy v tuto chvíli nejlépe, kdybychom celý nový systém prostě zrušili? Určitě ne. Způsob, jímž jsem předvedl jeho různé „nekonzistence“, bylo ode mě záměrné balamucení: snažil jsem se totiž zmatené argumenty formulovat co nejpřesvědčivěji a tak, abych vás obelstil. Sami jste si asi všimli omylů v tom, co jsem tady tvrdil. Klíčová chyba se objevila, když jsem bez jakýchkoliv pochyb převzal do nového systému táž interpretující slova, která platila pro starý systém. Vzpomeňte si ale, že v předešlé kapitole existoval pouze jediný důvod pro přijetí takovýchto slov, a ten spočíval v tom, že *symbolsy se chovají izomorfně s pojmy*, s nimiž byly pomocí interpretace propojeny. Jestliže však pravidla daného systému modifikujeme, pak příslušný izomorfismus nevyhnutelně zničíme. S tím se prostě nedá nic dělat. Takže všechny problémy, nad nimiž jsme v předešlých odstavcích bědovali, byly falešné. Můžeme je nechat okamžitě zmizet, a to *vhodnou reinterpretací některých symbolů systému*. Záměrně zde píšeme „některých“; není nutné, aby se všechny symboly přiřadily k novým pojmům – změní se jen některé, ostatní si své „významy“ mohou ponechat.



Obr. 21 *Babylonská věž*, M. C. Escher (dřevořez, 1928).

## 4. BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

### JAK OBNOVIT BEZESPORNOST?

Předpokládejme například, že reinterpreтуjeme jen symbol  $r$  a všechny ostatní necháme nezměněny; konkrétně interpreтуjeme  $r$  jako „rovná se nebo je větší než“. Z našich vzájemně si odporujících teorémů  $-p-r-a-p-r--$  se nyní stávají zcela neškodné výroky jako „1 plus 1 se rovná nebo je větší než 1“ a „1 plus 1 se rovná nebo je větší než 2“. Současne jsme se tedy zbavili 1) nekonzistence s vnějším světem a 2) vnitřní spornosti. Naše nová interpretace je přitom *smysluplná* (ta původní je samozřejmě *nesmyslná*). Přesněji řečeno *nesmyslná v novém systému*; v originálním pr-systému je v pořádku. Nyní je však zjevně bezúčelné aplikovat ji na nový pr-systém, stejně jako bylo nesmyslné uplatňovat na původní pr-systém interpretaci „kůň-jablko-šťastný“.

### HISTORIE EUKLEIDOVSKÉ GEOMETRIE

Snažil jsem se sice čtenáře zaskočit a trochu překvapit, ačkoli když tomu člověk přijde na kloub, pak právě absolvovaná lekce o interpreтуování symbolů pomocí slov už tak obtížně nevypadá. Opravdu také nijak těžká není. A přece v ní jde o jeden z nejhlubších poznatků matematiky celého 19. století! Všechno začalo u Eukleida, který kolem roku 300 př. n. l. sestavil a systematizoval vše, co bylo v jeho době známo o planimetrii a stereometrii. Jeho výsledné dílo *Základy* bylo tak důkladné a spolehlivé, že se stalo v podstatě biblí geometrie po více než dva tisíce příštích let a tím i jedním z nejtrvanlivějších děl všech dob. Proč tomu tak bylo?

Hlavní příčinou bylo, že Eukleides byl zakladatelem metodické přesnosti v matematice. *Základy* vycházely z velmi jednoduchých pojmů a definic a na nich postupně budovaly ohromný soubor důsledků, organizovaných takovým způsobem, že každý z nich se zakládal pouze na předcházejících zjištěních. Dílo tak mělo jasný plán, architekturu, díky níž mohlo být spolehlivé a masivní.

Jeho architektura však byla jiného druhu než například architektura mrakodrapu (obr. 21). U mrakodrapu už je sám fakt, že stojí, dostatečným důkazem toho, že prvky jeho struktury fungují tak, jak mají. Avšak v knize o geometrii, kde se tvrdí, že každá věta logicky plyne z předešlých, nedojde k žádnému viditelnému zřícení, pokud bude jeden z důkazů neplatný. Nosné trámy a podpěry zde nejsou fyzické, nýbrž abstraktní. V Eukleidových *Základech* je navíc materiálem, z něhož jsou důkazy vyrobeny, přirozený jazyk – onen těžko postižitelný a ošidný prostředek lidské komunikace plný skrytých nástrah. Jaká je tedy architektonická pevnost *Základů*? Je opravdu tak jisté, že ji podepírají neotřesitelné strukturální prvky, anebo by snad dílo mohlo mít strukturální vady?

Každé slovo, které používáme, má pro nás určitý význam, což nám skýtá vodítka pro to, jak je máme používat. Čím je slovo běžnější, tím více asociací s ním máme spojeno a tím hlouběji v nás zakořenil jeho význam. Když tedy někdo předloží definici určitého běžného slova v naději, že se jí budeme držet, je už předem jisté,



že se jí řídit nebudeme a že se naopak necháme vést, do značné míry nevědomě, tím, co nacházíme ve svých myslích a jejich zásobárnách asociací. Zmiňuji se o tom proto, že jde právě o ten typ problému, který Eukleides ve svých *Základech* stvořil, když se pokoušel definovat obyčejná všední slova jako „bod“, „přímka“, „kružnice“ a další. Jak můžeme definovat něco, co je každému jasné? Jediným možným způsobem je dát jasně najevo, že ono slovo má být technický termín a nemá mít nic společného s běžným významem stejně znějícího slova. Musíme tak zdůraznit, že spojitost s běžným slovem je zde pouze náhodná. Eukleides to ale neudělal, protože měl pocit, že body a přímky jeho *Základů* jsou skutečné body a přímky reálného světa. Tím, že nezajistil odbourání veškerých asociací, vybídl čtenáře, aby je nechali volně plynout...

Zní to až skoro anarchisticky a vůči Eukleidovi ne zrovna fér. Stanovil přece axiomy či postuláty, které měly být použity k důkazům vět. Dokonce se nemělo použít nic jiného než právě tyto axiomy a postuláty. Právě na tom však jeho dílo zakolísalo, protože nevyhnutelným důsledkem používání slov v běžných významech bylo, že do jeho důkazů se vloudily některé představy, které tato slova navozovala. V žádném případě však neočekávejme, že při čtení důkazů v *Základech* nás do očí uhodí křiklavé „přeskoky“ v usuzování. To je naopak velmi vytříbené, protože Eukleides byl pronikavý myslitel a žádnou naivní chybu by neudělal. Určité mezery se tam ale najdou, a v jeho klasickém díle se tak objevují drobné nedokonalosti. Není to ale nic takového, na co by se daly psát stížnosti. Jde jen o pochopení rozdílu mezi absolutní a relativní přesností. Z dlouhodobého pohledu byl Eukleidův nedostatek absolutní přesnosti po více než dvou tisících let od sepsání jeho díla příčinou jednoho z neplodnějších průlomů v matematice vůbec.

Eukleides vytyčil pět postulátů, které sloužily jako „přízemí“ nekonečně vysokého mrakodrapu geometrie, z něhož jeho *Základy* postavily jen několik set poschodí. První čtyři postuláty jsou velmi stručné a elegantní:

- (1) Mezi každými dvěma body lze vést úsečku.
- (2) Jakoukoli úsečku lze libovolně prodloužit.
- (3) Každou úsečkou lze opsat kružnici s danou úsečkou jako poloměrem a jedním jejím koncem jako středem.
- (4) Všechny pravé úhly jsou shodné.

Pátý postulát však za nimi co do elegance zaostal:

- 5) Jestliže dvě přímky protnou třetí tak, že součet vnitřních úhlů na jedné straně je menší než součet dvou pravých úhlů, pak se obě přímky, pokud budou na oné straně dostatečně protaženy, musí vzájemně protnout.

Ačkoli to nikdy výslovně neuvedl, považoval Eukleides pátý postulát v určitém smyslu za horší než ostatní a v důkazech prvních 28 vět se mu vyhnul. Prvních

## 4. BEZESPORNOST, ÚPLNOST A GEOMETRIE

28 vět tak patří k souboru, který můžeme označit jako „geometrii čtyř postulátů“ – to znamená, že je to ta část geometrie, kterou můžeme odvodit na základě prvních čtyř postulátů *Základů* bez pomoci pátého postulátu. (Často se jí také říká absolutní geometrie.) Eukleides by byl určitě mnohem radši, kdyby se mu jeho ošklivé káčátko podařilo *dokázat*, místo aby jej musel pouze *předpokládat*. Žádný důkaz pro něj ale nenašel, takže jej prostě adoptoval.

Ani Eukleidovi žáci nebyli příliš nadšení z toho, že se museli u pátého postulátu spokojit s pouhým předpokladem. Nesčetné počty lidí během celých staletí věnovaly nesčetná léta svých životů tomu, aby se pokoušeli dokázat, že pátý postulát je platnou součástí geometrie čtyř postulátů. Do roku 1763 bylo zveřejněno nejméně osmadvacet různých důkazů – a veškeré byly chybné! (Všechny je ve své disertační práci podrobil kritice jistý G. S. Klügel.) Všechny tyto pochybné důkazy byly zatíženy zmatením mezi každodenní intuicí a přísně formálními charakteristikami. Dnes můžeme bez obav říci, že téměř žádný z těchto „důkazů“ není matematicky ani historicky příliš zajímavý – až na určité výjimky.

### KOLIK TVÁŘÍ MÁ NEEUKLEIDES

Girolamo Saccheri (1667–1733) žil zhruba v Bachově době a jeho ambicí bylo zbavit Eukleida veškerých poskvrn. Na základě některých svých předešlých prací v logice se rozhodl vyzkoušet v hledání důkazu k pověstnému pátému postulátu nový přístup: předpokládejme, že *budeme uvažovat jeho opak* a s ním pak pracovat jako s pátým postulátem... Po chvíli určitě dojdeme ke sporu. Jelikož se sporem nemůže žádný matematický systém existovat, prokáže to chatrnost našeho nového pátého postulátu, a tudíž i správnost Eukleidova pátého postulátu. Do žádných větších podrobností tady zacházet nemusíme. Postačí říci, že Saccheri velmi dovedně, výrok po výroku, vybudoval „saccheriovskou geometrii“, až ho to nakonec úplně znechutilo. V jednu chvíli usoudil, že dospěl k výroku, který se „příčí přirozenosti přímky“. Bylo to něco, v co celou dobu doufal – onen spor, který tak dlouho hledal. Hned poté svou práci vydal pod názvem *Eukleides vši poskvrny zbavený* a v klidu zemřel.

Tím se však okradl o mnoho posmrtné slávy, protože bezděčně objevil cosi, co později vešlo ve známost jako „hyperbolická geometrie“. Padesát let po Saccherim si jeho „takřka trefu“ zopakoval J. H. Lambert, který byl úspěchu ještě o něco blíže. Čtyřicet let po Lambertovi a devadesát let po Saccherim byla konečně uznána *neeukleidovská geometrie* za to, čím doopravdy je – za autentickou novou disciplínu geometrie, nový směr v dosud jednotném proudu matematiky. V roce 1832 neeukleidovskou geometrii objevili téměř současně, v jedné z oněch nevysvětlitelných shod náhod, jednadvacetiletý maďarský matematik János (či Johann) Bolyai a třicetiletý ruský matematik Nikolaj Lobačevskij. Ironií osudu právě v onom roce velký francouzský matematik Adrien-Marie Legendre dospěl podobnou cestu jako Saccheri k něčemu, o čem si byl jist, že je důkazem pátého postulátu.

Mnoho energie vložil do pokusů o dokázání Eukleidova pátého postulátu mimochodem i Bolyaiův otec Farkas (či Wolfgang) Bolyai, blízký přítel velkého německého matematika Gausse. V dopise svému synu Jánosovi se jej snažil od přemýšlení o takových věcech odradit:

O takový přístup k rovnoběžkám se nesmíš vůbec pokoušet. Znam to všechno od začátku do konce. Sám jsem prozkoumával tu bezednou temnotu, která uhasila všechno světlo a radost mého života. Zapřísahám tě, zanech bádání o rovnoběžkách... Myslel jsem, že se obětuji ve jménu pravdy. Byl jsem připraven stát se mučedníkem, který zbaví geometrie oné chyby a vrátí ji lidstvu očistěnou a bez kazu. Vykonal jsem obrovské, ba neuvěřitelné množství práce; mé dílo bylo daleko lepší než práce ostatních, přesto jsem však nedošel uspokojení. Zde totiž platí *si paullum a summo discessit, vergit ad imum*. Odvrátil jsem se od toho, když jsem viděl, že neexistuje člověk, který by byl schopen dosáhnout dna oné temnoty. Odvrátil jsem se neutěšen, lituje sebe i celé lidstvo... Proplul jsem všemi útesy toho pekelného Mrtvého moře a vždy jsem se vrátil se zlomeným stěžněm a strhanými plachtami. Zmar mé osobnosti a můj pád nastaly právě tehdy. Bezmyšlenkovitě jsem riskoval svůj život a štěstí – *aut Caesar aut nihil*.<sup>1</sup>

Později, když začal věřit, že jeho syn „něco má“, jej naopak vyzýval k rychlému zveřejnění výsledků. Správně se obával souběžnosti, k níž u vědeckých objevů dochází velmi často:

Jakmile uzraje doba na určité věci, objeví se tyto na řadě míst, jako když časně na jaře vykvetou fialky.<sup>2</sup>

Jak neuvěřitelně přesně to platí právě v případě neeukleidovské geometrie! V Německu došli k neeukleidovským myšlenkám víceméně nezávisle sám Gauss a několik dalších. Byl mezi nimi právník F. K. Schweikart, který v roce 1818 poslal Gaussovi list s popisem nové „astrální“ geometrie, a Schweikartův synovec F. A. Taurinus, který pracoval na neeukleidovské trigonometrii. Rovněž Gaussoův student F. L. Wachter, který zemřel roku 1817 ve věku pětadvaceti let, dosáhl v neeukleidovské geometrii několika významných výsledků.

Klíčem k neeukleidovské geometrii bylo „přímočaré přemýšlení“ o výrocích, které se objevují v geometriích podobných Saccheriho a Lambertově. Výroky Saccheriho geometrie se „příčí přirozenosti přímky“ jen tehdy, když se nedokážeme osvobodit od předem vytvořených představ toho, co má „přímka“ znamenat. Pokud se ale od těchto předpojatých představ oprostíme a necháme „přímku“, ať je pouze tím, co vyhovuje novým tezím, pak se dostaneme k radikálně novému pohledu na věc.

## NEDEFINOVANÉ TERMÍNY

To by nám mělo znít povědomě. Připomíná to především náš pr-systém a jeho variantu, v níž symboly získaly pasivní významy prostřednictvím svých rolí v teoremech. Zvláště zajímavý je symbol  $r$ , protože jeho význam se přidáním nového schématu axiomů změní. Tímto způsobem *mohou být významy slov „bod“, „přímka“*